

## 微分積分学及び演習 II 中間試験

2016 年 11 月 16 日 4 限 実施

出題: 高澤 兼二郎

(番号: \_\_\_\_\_) (氏名: \_\_\_\_\_)

以下の問題 1-5 に答えよ. 問題 1-4 については, 議論の飛躍がないよう必要に応じて理由や計算過程を記すこと. なお,  $e$  は自然対数の底を表す.

問題 1. 以下の不定積分を求めよ.

(i)  $\int (2x + 1)^{\frac{3}{2}} dx$

(ii)  $\int \sin^4 x \cos x dx$

(iii)  $\int x \sin x dx$

(iv)  $\int \frac{1}{5 - 3 \cos x} dx$

【ヒント】  $t = \tan \frac{x}{2}$  ( $\Leftrightarrow x = 2 \tan^{-1} t$ ) と

おくと,  $\cos x = \frac{1 - t^2}{1 + t^2}$  である.

問題 2. 以下の定積分を求めよ.

(i)  $\int_{\frac{1}{3}}^3 e^{3x-1} dx$

(ii)  $\int_5^7 \frac{4x + 11}{x^2 + x - 20} dx$

(iii)  $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos 10x \cos 3x dx$

(iv)  $\int_0^{+\infty} x e^{-x} dx$

問題 3. 以下に答えよ.

(i) 極限值  $\lim_{n \rightarrow +\infty} \sum_{i=1}^n \frac{1}{n + \frac{i^2}{n}}$  を求めよ.

(ii)  $r$  を正の定数とするとき, 定積分

$$\int_{-\frac{r}{\sqrt{2}}}^{\frac{r}{\sqrt{2}}} \sqrt{r^2 - x^2} dx$$

の値を求めよ.

(iii)  $\frac{d}{dx} \int_{2x}^{e^{2x}} f(t) dt$  を,  $x$  および  $f$  で表せ.

問題 4. (i) 曲線  $x^2 + 9y^2 - 1 = 0$  の特異点をすべて求めよ. 特異点が存在しない場合は, それを証明せよ.

(ii) 条件  $g(x, y) = x^2 + 9y^2 - 1 = 0$  のもとで,  $f(x, y) = xy$  の最大値, 最小値をラグランジュの未定乗数法を用いて求めよ.

(番号: \_\_\_\_\_ )

(以下の余白は計算用紙として用いてよい)

(氏名: \_\_\_\_\_ )

問題 5. 以下に回答せよ. なお, 本問題については, (i)–(iv) のすべてに内容のある回答をした場合にのみ, その内容に関わらず一定の点数を与える (“特になし”などは, 内容があるとは見なされない).

(i) 先週までの本講義への出席回数を, 以下から一つ選び丸で囲え.

(a) 6–7 回; (b) 4–5 回;

(c) 2–3 回; (d) 0–1 回.

(ii) 本講義の良い点を一つ以上挙げよ.

(iii) 本講義の改善してほしい点を一つ以上挙げよ.

(iv) その他, 本講義に対する感想を自由に記せ.

問題は以上である. 以下の余白は計算用紙として用いてよい.

(以下の余白は計算用紙として用いてよい)