

微分積分学及び演習 II 中間試験

2016 年 11 月 16 日 3 限 実施

高澤 兼二郎

(番号: _____) (氏名: _____)

以下の問題 1-5 に答えよ. 問題 1-4 については, 答えだけではなく, 議論の飛躍がないよう必要に応じて理由や計算過程を記すこと. なお, e は自然対数の底を表す.

問題 1. 以下の不定積分を求めよ.

(i) $\int \frac{x+1}{\sqrt{x}} dx$

(ii) $\int \sin^6 x \cos x dx$

(iii) $\int e^x \cos x dx$

(iv) $\int \frac{1}{8 \cos x + 10} dx$

【ヒント】 $t = \tan \frac{x}{2}$ ($\Leftrightarrow x = 2 \tan^{-1} t$) と
おくと, $\cos x = \frac{1-t^2}{1+t^2}$ である.

問題 2. 以下の定積分を求めよ.

(i) $\int_0^3 e^{2x} dx$

(ii) $\int_3^6 \frac{4x+16}{x^2+4x-12} dx$

(iii) $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin 6x \cos 4x dx$

(iv) $\int_0^{+\infty} x e^{-x} dx$

問題 3. 以下に答えよ.

(i) 極限值 $\lim_{n \rightarrow +\infty} \sum_{i=1}^n \frac{1}{n + \frac{i^2}{n}}$ を求めよ.

(ii) r を正の定数とするとき, 定積分

$$\int_{-\frac{r}{2}}^{\frac{r}{2}} \sqrt{r^2 - x^2} dx$$

の値を求めよ.

(iii) $\frac{d}{dx} \int_{e^{2x}}^{e^{3x}} f(t) dt$ を, x および f で表せ.

問題 4. (i) 曲線 $g(x, y) = 4x^2 + y^2 - 1 = 0$ の特異点をすべて求めよ. 特異点が存在しない場合は, それを証明せよ.

(ii) 条件 $g(x, y) = 4x^2 + y^2 - 1 = 0$ のもとで, $f(x, y) = x + y$ の最大値, 最小値をラグランジュの未定乗数法を用いて求めよ.

(番号: _____)

(以下の余白は計算用紙として用いてよい)

(氏名: _____)

問題 5. 以下に回答せよ. なお, 本問題については, (i)–(iv) のすべてに内容のある回答をした場合にのみ, その内容に関わらず一定の点数を与える (“特になし”などは, 内容があるとは見なされない).

(i) 先週までの本講義への出席回数を, 以下から一つ選び丸で囲え.

(a) 6–7 回; (b) 4–5 回;

(c) 2–3 回; (d) 0–1 回.

(ii) 本講義の良い点を一つ以上挙げよ.

(iii) 本講義の改善してほしい点を一つ以上挙げよ.

(iv) その他, 本講義に対する感想を自由に記せ.

問題は以上である. 以下の余白は計算用紙として用いてよい.

(以下の余白は計算用紙として用いてよい)