法政大学試験用紙

試験日	2017 年 1 月 30 日 1 限	教員	採点
科　目	微分積分学及び演習 II	高澤	

参　　照	否	参照・使用できるもの
電　　卓	否	
試験時間	90 分	

所　　属	学部			学科			
	専修			学年			
学生証番号							
氏　　名							

以下の問題 1–7 に答えよ. 議論の飛躍がないよう, 必要に応じて理由や計算過程を記すこと.

問題 1. 以下の 2 重積分を求めよ.

(1) $\displaystyle\iint_R x\,\mathrm{d}x\mathrm{d}y, \quad R = \{(x, y) \mid 0 \le x \le 1,\ 0 \le y \le 3\}$

(2) $\displaystyle\iint_R \mathrm{e}^x \sin(\pi y)\,\mathrm{d}x\mathrm{d}y, \quad R = \{(x, y) \mid 0 \le x \le 1,\ 0 \le y \le 1\}$

問題 2. 以下の 2 重積分の積分領域を図示せよ. さらに, 値を求めよ.

(1) $\displaystyle\int_0^1 \left(\int_0^x \mathrm{e}^{x+y}\,\mathrm{d}y\right)\mathrm{d}x$

(2) $\displaystyle\int_0^1 \left(\int_{\sqrt{y}}^1 \mathrm{e}^{x^3}\,\mathrm{d}x\right)\mathrm{d}y$

(ヒント: 必要ならば, 積分順序を変更せよ.)

問題 3. 指定された変数変換を用いて以下の 2 重積分を求めよ.

(1) $\displaystyle\iint_D \sqrt{x^2+y^2}\,\mathrm{d}x\mathrm{d}y, \quad D = \{(x, y) \mid x^2 + y^2 \le 1\}$ 【極座標変換 $x = r\cos\theta,\ y = r\sin\theta$】

(2) $\displaystyle\iint_D y\,\mathrm{d}x\mathrm{d}y, \quad D = \{(x, y) \mid 4 \le x^2 + y^2 \le 16,\ y \ge 0\}$ 【極座標変換 $x = r\cos\theta,\ y = r\sin\theta$】

(3) $\displaystyle\iint_D (x+y)^2 \cdot \mathrm{e}^{x-y}\,\mathrm{d}x\mathrm{d}y, \quad D = \{(x, y) \mid 0 \le x + y \le 1,\ 0 \le x - y \le 2\}$ 【線形変換 $x = \dfrac{u+v}{2},\ y = \dfrac{u-v}{2}$】

問題 4. 以下の曲線の長さを求めよ.

(1) サイクロイド $x = t - \sin t,\ y = 1 - \cos t$ の $0 \le t \le \dfrac{3\pi}{2}$ の部分

(2) 極方程式 $r = \cos\theta$ で表される曲線の $-\dfrac{\pi}{2} \le \theta \le \dfrac{\pi}{2}$ の部分

問題 5. 以下の領域の面積を求めよ.

(1) 曲線 $y = \sin x$ $(0 \le x \le 2\pi)$ と x 軸によって囲まれる領域

(2) サイクロイド $x = t - \sin t,\ y = 1 - \cos t$ $(0 \le t \le 2\pi)$ と x 軸によって囲まれる領域

(3) カージオイド $r = 1 + \cos\theta$ $(0 \le \theta \le 2\pi)$ によって囲まれる領域

問題 6. 以下を求めよ.

(1) 領域 $\{(x, y, z) \mid x^2 + y^2 + z^2 \le 4,\ z \ge 0,\ x^2 + y^2 \le 1\}$ の体積

(2) 曲面 $\{(x, y, z) \mid z = -(x^2 + y^2) + 3,\ z \ge 0\}$ の面積

(3) 曲線 $y = \sin x$ $(0 \le x \le \pi)$ を x 軸のまわりに 1 回転してできる曲面の面積

(ヒント: $\displaystyle\int \sqrt{x^2+1}\,\mathrm{d}x = \frac{1}{2}\left(x\sqrt{x^2+1} + \log\left|x + \sqrt{x^2+1}\right|\right)$ を用いてよい)

問題 7. 関数 $f(x, y) = x^2 + 2xy + 2y^2 - 1$ について, 以下に答えよ.

(1) 曲線 $f(x, y) = 0$ の特異点を求めよ. 存在しない場合は, その理由を書け.

(2) $f(x, y) = 0$ が定める陰関数 $y = g(x)$ に対して, $y' = 0$ となる点を求めよ.

(3) 陰関数 $y = g(x)$ が (2) で求めた点で極値をとるか否かを判定せよ.

(以上)